

LNF-63/18

28. 3. 1963

G. Sacerdoti e F. Uccelli: TEORIA LINEARE DELLE MACCHINE ACCELERATRICI. - PARTE II: CALCOLO DELLE COSTANTI DI SMORZAMENTO DELLE OSCILLAZIONI ORIZZONTALI NELLE MACCHINE CIRCOLARI A FOCHEGGIAMENTO FORTE.

Nota interna: n° 190

Nota interna: n. 190
 28 Marzo 1963.

G. Sacerdoti e F. Uccelli:
 TEORIA LINEARE DELLE MACCHINE ACCELERATRICI. -
 Parte II: Calcolo delle costanti di smorzamento delle oscillazioni orizzon-
 tali nelle macchine circolari a foccheggiamento forte.

INTRODUZIONE. -

Nella presente nota vengono calcolate le costanti di smorza-
 mento delle oscillazioni di betatrone e di sincrotrone per una struttura
 magnetica chiusa comunque complessa mediante un metodo perturbativo.
 Impiegheremo gli stessi simboli usati nella parte I del lavoro⁽¹⁾. I risul-
 tati ottenuti coincidono con quelli della letteratura^(2, 3, 4). Però il proce-
 dimento adottato permette di mettere in luce alcune limitazioni nella va-
 lidità dei risultati peraltro precedentemente ignorate.

PROCEDIMENTO DI CALCOLO. -

Come è noto⁽¹⁾, la matrice di transfert, nel piano orizzonta-
 le, di un settore ds di una macchina circolare a foccheggiamento forte, è
 data da:

$$(1) \quad \left| \text{mds} \right| = \begin{vmatrix} 1 & ds & 0 & 0 \\ a_1 ds & 1 + \Delta_1 ds & a_2 ds & 0 \\ \Delta_2 ds & 0 & 1 + \Delta_3 ds & \Delta_4 ds \\ a_3 ds & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

ove:

$$a_1 = - \frac{1-n}{R_0^2} \quad \Delta_1 = - (h\bar{\omega}N^* + \frac{1}{cB_0} \frac{\partial B}{\partial t})$$

$$a_2 = 1/R_0 \quad \Delta_2 = - \left[\frac{h\bar{\omega}N^*}{R_0} (1-2n) - \frac{1}{2\xi_0} \frac{\partial B}{\partial t} \right]$$

$$a_3 = - N/R_0^2 \quad \Delta_3 = - 2h\bar{\omega}N^* ; \quad \Delta_4 = \frac{V \cos \psi}{\xi_0}$$

Faremo l'ipotesi che i coefficienti $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$, pos-
 sano considerarsi termini perturbativi del moto.

Il modulo della matrice (1) quando

$$(2) \quad \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 0$$

è pari a 1, ed in questo caso non si avrebbero smorzamenti delle oscillazioni.

Chiamate s_0 , s , s_1 , rispettivamente la sezione iniziale della macchina, la sezione generica, e la sezione di uscita del primo elemento periodico (che in casi particolari può coincidere con la sezione s_0 medesima), quando la (2) sia soddisfatta, la matrice di trasferimento tra s_0 ed s avrà genericamente la forma seguente^(x):

$$(3) \quad \left| m_{ik} \right| = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice del tratto $s-s_1$, analogamente, è del tipo:

$$(4) \quad \left| M_{ik} \right| = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & 1 \end{vmatrix}$$

La matrice di transfert complessiva del tratto s_0-s_1 risulta quindi:

$$(5) \quad \left| G_{ik} \right| = \left| M_{ik} \right| \left| m_{ik} \right|$$

Facciamo ora l'ipotesi che solamente nel tratto ds_1 (V. fig. 1), siano presenti i termini perturbativi.

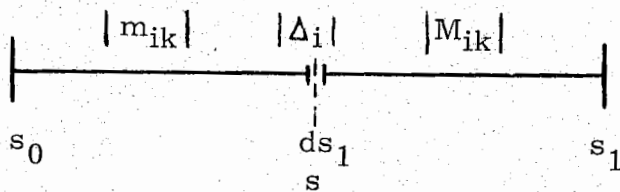


Fig. 1

La matrice (5) risulta così modificata:

$$(6) \quad \left| G_{ik}(\Delta_i) \right| = \left| M_{ik} \right| \left| \Delta_i ds_1 \right| \left| m_{ik} \right|$$

(x) - Per verificare ciò è sufficiente moltiplicare per sè stessa la matrice generatrice che si ottiene dalla (1) mediante la condizione (2), e la (3) per la generatrice medesima: sia nell'uno che nell'altro caso si ottiene sempre una matrice del tipo (3).

Naturalmente, i termini m_{ik} , M_{ik} , Δ_i , sono funzioni di s .
La (6) si può sviluppare, ottenendo:

$$(7) \quad \begin{aligned} & \left| G_{ik}(\Delta_i) \right| = \left| G_{ik} \right|_{\Delta_i=0} + \\ & + \left| M_{ik} \right| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Delta_1 ds_1 + \left| M_{ik} \right| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Delta_2 ds_1 + \\ & + \left| M_{ik} \right| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Delta_3 ds_1 + \left| M_{ik} \right| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Delta_4 ds_1 \end{aligned}$$

Calcoleremo la perturbazione che Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 , cioè i termini dipendenti dall'irraggiamento e dalla variazione di campo magnetico portano sulle radici della equazione secolare relativa al determinante della matrice di trasferimento $\left| G_{ik}(\Delta_i ds_1) \right|$ del tratto s_0-s_1 .

Analogamente potremmo calcolare gli effetti del termine Δ_4 che causa prevalentemente oscillazioni di sincrotrone.

CALCOLO DELLE PERTURBAZIONI DOVUTE AL TERMINE Δ_1 .

Ponendo, nella (7):

$$\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 0$$

otteniamo per la matrice di transfert s_0-s_1 :

$$(8) \quad \left| G_{ik}(\Delta_1) \right| = \begin{vmatrix} A_{11} + M_{12} m_{21} \Delta_1 ds_1 & ; & A_{12} + M_{12} m_{22} \Delta_1 ds_1 & ; & A_{13} + M_{12} m_{23} \Delta_1 ds_1 & ; & 0 \\ A_{21} + M_{22} m_{21} \Delta_1 ds_1 & ; & A_{22} + M_{22} m_{22} \Delta_1 ds_1 & ; & A_{23} + M_{22} m_{23} \Delta_1 ds_1 & ; & 0 \\ 0 & & 0 & & 1 & & 0 \\ A_{41} + M_{42} m_{21} \Delta_1 ds_1 & ; & A_{42} + M_{42} m_{22} \Delta_1 ds_1 & ; & A_{43} + M_{42} m_{23} \Delta_1 ds_1 & ; & 1 \end{vmatrix}$$

ove:

$$A_{11} = M_{11} m_{11} + M_{12} m_{21}; \quad A_{12} = M_{11} m_{12} + M_{12} m_{22};$$

$$A_{13} = M_{11} m_{13} + M_{12} m_{23} + M_{13}; \quad A_{21} = M_{21} m_{11} + M_{22} m_{21};$$

$$A_{22} = M_{21} m_{12} + M_{22} m_{22}; \quad A_{23} = M_{21} m_{13} + M_{22} m_{23} + M_{23};$$

$$A_{41} = M_{41}m_{11} + M_{42}m_{21} ; \quad A_{42} = M_{41}m_{12} + M_{42}m_{22} ;$$

$$A_{43} = M_{41}m_{13} + M_{42}m_{23} + M_{43} .$$

L'equazione secolare che ne deriva è:

$$(9) \quad (1-\lambda)^2 \left\{ \lambda^2 - \lambda \left[M_{11}m_{11} + M_{21}m_{12} + (1+\Delta_1 ds_1)(M_{12}m_{21} + M_{22}m_{22}) + (1+\Delta_1 ds_1) \right] \right\} = 0$$

Occorre ora confrontare la (9) con l'equazione secolare generica che notoriamente è della forma:

$$(10) \quad (\lambda - e^{i(q_1 + \delta\Delta q_1)} e^{\delta\varepsilon_1}) (\lambda - e^{-i(q_1 + \delta\Delta q_1)} e^{\delta\varepsilon_1}) \times \\ \times (\lambda - e^{i(q_2 + \delta\Delta q_2)} e^{\delta\varepsilon_2}) (\lambda - e^{-i(q_2 + \delta\Delta q_2)} e^{\delta\varepsilon_2}) = 0$$

ove:

$$q_1 \neq 0 \qquad q_2 = 0$$

rappresentano^(x) le fasi della equazione secolare (9) non perturbata ($\Delta_1 = 0$). $\delta\Delta q_1, \delta\Delta q_2$ rappresentano le perturbazioni subite dalle fasi q_1 e q_2 quando $\Delta_1 \neq 0$; $\delta\varepsilon_1, \delta\varepsilon_2$ sono i coefficienti di smorzamento provocati dal $\Delta_1 ds_1$.

Confrontando la (9) con la (10) ed eguagliandone rispettivamente i coefficienti di $\lambda^4, \lambda^3, \lambda^2, \lambda^1$, si ottengono le equazioni che ci permettono di determinare $\delta\Delta q_1, \delta\Delta q_2, \delta\varepsilon_1, \delta\varepsilon_2$; sviluppando i calcoli avremo:

$$\delta\varepsilon_1 = \frac{\Delta_1 ds_1}{2} ; \quad \delta\varepsilon_2 = 0 ; \quad \delta\Delta q_2 = 0 ;$$

$$\delta\Delta q_1 = \frac{\Delta_1 ds_1}{2} \left[\cot q_1 + \frac{(M_{12}m_{21} + M_{22}m_{22})}{\sin q_1} \right] .$$

Se si hanno perturbazioni su tutta la traiettoria, sarà:

$$(11) \quad \varepsilon_1(\Delta_1) = \int_{s_0}^s \frac{\Delta_1 ds_1}{2} = -\frac{1}{2} \int_{s_0}^s (h\bar{\omega}N^* + \frac{1}{cB_0} \frac{\delta B}{\delta t}) ds_1$$

(x) - q_1 = fase delle oscillazioni di betatrone;

q_2 = fase delle oscillazioni di sincrotrone (che risulta uguale a zero nel caso di $\Delta_4 = 0$).

CALCOLO DELLE PERTURBAZIONI DOVUTE AL TERMINE Δ_3 .

Ponendo nella (7):

otterremo per la matrice di trasferimento:

$$(12) \quad \left| G_{ik}(\Delta_3) \right| = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} + M_{13} \Delta_3 ds_1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} + M_{23} \Delta_3 ds_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \Delta_3 ds_1 & 0 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} + M_{43} \Delta_3 ds_1 & 1 \end{vmatrix}$$

ove A_{11}, A_{12}, \dots sono le stesse espressioni che compaiono nelle matrice (8). L'equazione secolare che ne deriva, è:

$$(13) \quad (1-\lambda)(1+\Delta_3 ds_1 - \lambda) \left[\lambda^2 - \lambda(M_{11}m_{11} + M_{12}m_{21} + M_{21}m_{12} + M_{22}m_{22}) + 1 \right] = 0$$

Dal confronto della (13) con l'equazione secolare generica (10) otteniamo:

$$(14) \quad \begin{aligned} \delta \xi_1 &= 0; & \delta \xi_2 &= + \frac{\Delta_3 ds_1}{2}; \\ \delta \Delta q_1 &= 0; & \delta \Delta q_2 &= + i \frac{\Delta_3 ds_1}{2}, \end{aligned}$$

e, su tutta la traiettoria:

$$(15) \quad \xi_2(\Delta_3) = - \int_{s_0}^s \frac{\Delta_3 ds_1}{2} = - \int_{s_0}^s h \bar{\omega} N^* ds$$

CALCOLO DELLE PERTURBAZIONI DOVUTE AL TERMINE Δ_2 .

Ponendo nella (7):

$$\Delta_1 = \Delta_3 = \Delta_4 = 0$$

otterremo, per la matrice di trasferimento:

$$(16) \quad \left| G_{ik}(\Delta_2 ds_1) \right| = \begin{vmatrix} A_{11} + M_{13} m_{11} \Delta_2 ds_1; & A_{12} + M_{13} m_{12} \Delta_2 ds_1; & A_{13} + M_{13} m_{13} \Delta_2 ds_1; & 0 \\ A_{21} + M_{23} m_{11} \Delta_2 ds_1; & A_{22} + M_{23} m_{12} \Delta_2 ds_1; & A_{23} + M_{23} m_{13} \Delta_2 ds_1; & 0 \\ m_{11} \Delta_2 ds_1 & ; & m_{12} \Delta_2 ds_1 & ; & 1 + m_{13} \Delta_2 ds_1 & ; & 0 \\ A_{41} + M_{43} m_{11} \Delta_2 ds_1; & A_{42} + M_{43} m_{12} \Delta_2 ds_1; & A_{43} + M_{43} m_{13} \Delta_2 ds_1; & 1 \end{vmatrix}$$

L'equazione secolare che ne deriva, risulta:

$$\begin{aligned}
 & \lambda^4 - \lambda^3 \left[2 + M_{11} m_{11} + M_{12} m_{21} + M_{21} m_{12} + M_{22} m_{22} + \Delta_2 ds_1 (M_{13} m_{11} + M_{23} m_{12} + m_{13}) \right] + \\
 & + \lambda^2 \left[2 + 2(M_{11} m_{11} + M_{12} m_{21} + M_{21} m_{12} + M_{22} m_{22}) + \Delta_2 ds_1 (M_{13} m_{11} + M_{23} m_{12} + m_{13}) \right] + \\
 (17) \quad & + m_{13} \Delta_2 ds_1 (M_{12} m_{21} + M_{22} m_{22}) - m_{23} \Delta_2 ds_1 (M_{12} m_{11} + M_{22} m_{12}) + \Delta_2 ds_1 (M_{13} M_{22} - M_{12} M_{23}) \Big] - \\
 & - \lambda \left[2 + M_{11} m_{11} + M_{12} m_{21} + M_{21} m_{12} + M_{22} m_{22} + m_{13} \Delta_2 ds_1 (M_{12} m_{21} + M_{22} m_{22}) - \right. \\
 & \left. - m_{23} \Delta_2 ds_1 (M_{12} m_{11} + M_{22} m_{12}) + \Delta_2 ds_1 (M_{13} M_{22} - M_{12} M_{23}) \right] + 1 = 0
 \end{aligned}$$

Confrontando la (17) con la (10), otterremo le quattro equazioni seguenti (nel
le incognite $\delta \Delta q_1$, $\delta \Delta q_2$, $\delta \varepsilon_1$, $\delta \varepsilon_2$):

$$(18) \quad \frac{\Delta_2 ds_1}{2} (M_{13} m_{11} + M_{23} m_{12} + m_{13}) = - \left[\delta \varepsilon_1 (1 - \cos q_1) - K + \sin q_1 \delta \Delta q_1 \right]$$

$$(19) \quad \frac{\Delta_2 ds_1}{4} \left[(M_{13} m_{11} + M_{23} m_{12} + m_{13}) + m_{13} (M_{12} m_{21} + M_{22} m_{22}) - m_{23} (M_{12} m_{11} + M_{22} m_{12}) + \right. \\
 \left. + (M_{13} M_{22} - M_{12} M_{23}) \right] = K \cos q_1 - \sin q_1 \delta \Delta q_1$$

$$(20) \quad \frac{\Delta_2 ds_1}{2} \left[m_{13} (M_{12} m_{21} + M_{22} m_{22}) - m_{23} (M_{12} m_{11} + M_{22} m_{12}) + (M_{13} M_{22} - M_{12} M_{23}) \right] = \\
 = \delta \varepsilon_1 (1 - \cos q_1) + K - \sin q_1 \delta \Delta q_1$$

$$\delta \varepsilon_1 = - \delta \varepsilon_2$$

avendo posto:

$$(21) \quad \cos \Delta q_2 = 1 + K$$

Sommando membro a membro la (18) e la (20) tenendo conto della (21), ot-
teniamo:

$$(22) \quad \delta \varepsilon_1 = - \frac{\Delta_2 ds_1}{4} \frac{[(M_{13} m_{11} + M_{23} m_{12} + m_{13}) - m_{13} (M_{12} m_{21} + M_{22} m_{22}) + \\
 + \frac{m_{23} (M_{12} m_{11} + M_{22} m_{12}) - (M_{13} M_{22} - M_{12} M_{23})}{(1 - \cos q_1)}]}{(1 - \cos q_1)} ; \quad \delta \varepsilon_2 = - \delta \varepsilon_1$$

ovvero, su un tratto finito:

$$(23) \quad \varepsilon_1 (\Delta_2) = \frac{1}{4} \int_{s_1}^{s_2} \left(h \bar{\omega} N^* \frac{1 - 2n}{R_0} - \frac{1}{2\varepsilon_0} \frac{\partial B}{\partial t} \right) \frac{A}{1 - \cos q_1} ds_1$$

avendo indicato con A l'espressione letterale che compare al numeratore della (22).

Le perturbazioni introdotte dal termine Δ_2 sulle fasi q_1 e q_2 risultano:

$$(24) \quad \delta \Delta_{q_1} = -\frac{\Delta_2}{4} ds_1 \frac{[(M_{13}m_{11} + M_{23}m_{12} + m_{13}) + m_{13}(M_{12}m_{21} + M_{22}m_{22})]}{\text{sen } q_1} +$$

$$+ \frac{-m_{23}(M_{12}m_{11} + M_{22}m_{12}) + M_{13}M_{22} - M_{12}M_{23}}{\text{sen } q_1}$$

$$\delta \Delta_{q_2} = i \delta \varepsilon_2$$

CONSIDERAZIONI GENERALI SULLE FORMULE OTTENUTE.

Svolgeremo in questa sede alcuni chiarimenti alle formule ottenute e precisamente suddivideremo queste considerazioni nei seguenti punti:

- a) - interpretazione fisica della relazione (22);
- b) - interpretazione dei coefficienti di smorzamento.

Punto a):

L'espressione

$$(22) \quad \delta \varepsilon_1 = -\frac{\Delta_2 ds_1}{4} \frac{A}{1 - \cos q_1}$$

ha un ben preciso significato fisico. Infatti la (22) rappresenta lo spostamento $\psi(s)$ della traiettoria chiusa corrispondente ad un $\Delta p/p$ pari ad 1. Per calcolare tale spostamento ricaveremo inanzi tutto le condizioni iniziali per tale traiettoria. Occorrerà imporre:

$$\begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Sviluppando i calcoli otteniamo:

$$x_0 = -\frac{G_{13}G_{22} - G_{12}G_{23} - G_{13}}{2 - (G_{11} + G_{22})}$$

$$x'_0 = -\frac{G_{11}G_{23} - G_{21}G_{13} - G_{23}}{2 - (G_{11} + G_{22})}$$

ove:

$$\begin{aligned}
 G_{11} &= M_{11}m_{11} + M_{12}m_{21} ; & G_{12} &= M_{11}m_{12} + M_{12}m_{22} ; \\
 G_{13} &= M_{11}m_{13} + M_{12}m_{23} + M_{13} ; & G_{21} &= M_{21}m_{11} + M_{22}m_{21} ; \\
 G_{22} &= M_{21}m_{12} + M_{22}m_{22} ; & G_{23} &= M_{21}m_{13} + M_{22}m_{23} + M_{23} .
 \end{aligned}$$

Da cui è facile ricavare:

$$\Psi(s) = m_{11}x_0 + m_{12}x'_0 + m_{13} = \frac{A}{2(1 - \cos q_1)} .$$

Da ciò deriva:

$$\delta \varepsilon_1 = - \frac{\Delta_2}{2} ds_1 \Psi(s) .$$

Questa espressione per le costanti di smorzamento è già familiare a chi tratta questi problemi. Facilmente inoltre possono essere ricavate le espressioni dei coefficienti di smorzamento nella forma usata nella parte I (v. pag. 13).

Punto b) :

Riportiamo in Tab. I il quadro delle espressioni dei coefficienti di smorzamento e degli spostamenti di fase provocati dai $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$.

TABELLA I

Espressioni dei coefficienti di smorzamento e degli spostamenti di fase provocati dalle perturbazioni $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$.

	Δ_1	Δ_2	Δ_3
$\delta \Delta q_1$	$(\cot q_1 + \frac{M_{12}m_{21} + M_{22}m_{22}}{\sin q_1}) \frac{\Delta_1}{2} ds_1$	$-\frac{B}{\sin q_1} \frac{\Delta_2}{4} ds_1$	0
$\delta \Delta q_2$	0	$\frac{iA}{(1 - \cos q_1)} \frac{\Delta_2}{4} ds_1$	$i \frac{\Delta_3}{2}$
$\delta \varepsilon_1$	$\frac{\Delta_1}{2} ds_1$	$-\frac{A}{(1 - \cos q_1)} \frac{\Delta_2}{4} ds_1$	0
$\delta \varepsilon_2$	0	$\frac{A}{(1 - \cos q_1)} \frac{\Delta_2}{4} ds_1$	$\frac{\Delta_3}{2}$

Si presenta legittima la domanda sul modo di utilizzare i dati di questa tabella per ricavare lo smorzamento reale delle oscillazioni

delle particelle. Se $\delta\Delta_{q_1}$, $\delta\Delta_{q_2}$ fossero o uguali a zero o reali non sorgerebbero dubbi e sarebbe sufficiente scrivere:

$$(25) \quad \begin{aligned} \delta\varepsilon_1^* &= \delta\varepsilon_1^{(\Delta_1)} + \delta\varepsilon_1^{(\Delta_2)} + \delta\varepsilon_1^{(\Delta_3)} \\ \delta\varepsilon_2^* &= \delta\varepsilon_2^{(\Delta_1)} + \delta\varepsilon_2^{(\Delta_2)} + \delta\varepsilon_2^{(\Delta_3)} \end{aligned}$$

(Le formula (25) coincidono con quelle riportate nella letteratura).

$\delta\varepsilon_1^*$, $\delta\varepsilon_2^*$ potrebbero interpretarsi facilmente come il coefficiente di smorzamento delle oscillazioni di betatrone e di sincrotrone rispettivamente. Però, essendo i Δ_{q_2} immaginari, ne deriva che il modulo delle 4 radici dell'equazione secolare diminuisce ad ogni rivoluzione delle particelle nella macchina con decrementi diversi, e quindi non si può più parlare di un semplice coefficiente di smorzamento per le oscillazioni di sincrotrone. Avremo perciò:

$$\begin{aligned} \text{betatrone:} \quad \delta\varepsilon_{11}^* &= \delta\varepsilon_1^* & (\delta\Delta_{q_1} \text{ è reale}) \\ \delta\varepsilon_{12}^* &= \delta\varepsilon_1^* \end{aligned}$$

$$\delta\varepsilon_{21}^* = \delta\varepsilon_2^{(\Delta_1)} + \delta\varepsilon_2^{(\Delta_2)} + \delta\varepsilon_2^{(\Delta_3)} - i\delta\Delta_{q_2}^{(\Delta_1)} - i\delta\Delta_{q_2}^{(\Delta_2)} - i\delta\Delta_{q_2}^{(\Delta_3)} = 2\delta\varepsilon_2^*$$

sincrotrone:

$$\delta\varepsilon_{22}^* = \delta\varepsilon_2^{(\Delta_1)} + \delta\varepsilon_2^{(\Delta_2)} + \delta\varepsilon_2^{(\Delta_3)} + i\delta\Delta_{q_2}^{(\Delta_1)} + i\delta\Delta_{q_2}^{(\Delta_2)} + i\delta\Delta_{q_2}^{(\Delta_3)} = 0$$

Sorgono legittime alcune obiezioni. Per esempio, questo risultato potrebbe essere unicamente conseguenza del fatto che abbiamo posto $\Delta_4 = 0$.

In realtà, se:

- a) $\Delta_4 = 0$;
- b) si tiene conto dell'accoppiamento seppure lasco delle oscillazioni di betatrone e di sincrotrone;
- c) si tiene conto della fluttuazione statistica dovuta all'irraggiamento;

può essere che almeno su periodi sufficientemente lunghi si possa assumere le (25) come coefficienti di smorzamento. Questo però non è lecito all'iniezione di una macchina.

Nella parte III del lavoro cercheremo di ottenere in funzione delle condizioni a), b), c), i limiti di validità dei risultati ottenuti. -

Bibliografia:

- (1) - R. Balzano, G. Sacerdoti e F. Uccelli, Teoria lineare delle macchine acceleratrici. Parte I, Laboratori Nazionali di Frascati, LNF-62/67 (1962).
- (2) - C. Pellegrini, A calculation of radiation effects on electron oscillations in a circular accelerator, Suppl. Nuovo Cimento 22, 603 (1961).
- (3) - K. W. Robinson, Radiation effects in circular electron accelerators, Phys. Rev. 111, 373 (1958).
- (4) - A. A. Kolomenskii and A. N. Lebedev, CERN Symposium 1956, (CERN, Geneve, 1956), vol. I, p. 447.

ERRATA - CORRIGE

I grafici relativi a C/\bar{N} , \bar{N} , $h\bar{\omega}N^*$, contengono un errore di scala e vanno pertanto sostituiti con gli analoghi qui riportati.

